Unidad I de Física II, correspondientes a :

1.1-.INTRODUCCION:

En esta primera unidad de física II (30 pts), se va aplicar dos parciales, uno de 20 pts y otro de 10 pts, para el primer parcial que debe ser dentro de 12 sesiones de clase aproximadamente (4 semanas), en este primer contendio, vamos estudiar, los tipos de cargas, sus intercaciones (la fuerza eléctrica entre ellas y el comportamiento que tienden a demostrar), cómo calcular esta fuerza (Ley de Coulombs), vamos identificar los tipos de materiales y su configuración interna (tanto para la Ley de Coulombs como para la Ley de Gauss), analizaremos el movimiento de carga en el plano bajo la presencia de un campo eléctrico y determinaremos el flujo eléctrico (que representa la cantidad de líneas de campo en una superficie cerrada). Todo esto comprende el primer parcial de 20 puntos.

Ya para el segundo parcial, determinaremos el potencial eléctrico, calcularemos el trabajo y la energía de la configuración, también vamos aplicar nuevamente la Ley de Gauss, para encontrar el potencial eléctrico y la diferencia de potencial. Todo esto debe llevar 6 sesiones de clase (2 semanas).

1.2. CARGA ELÉCTRICA

La palabra CARGA, significa dotar con electricidad o la propiedad de electrificación. La propiedad de carga eléctrica de la materia se designa por medio de la letra “q” o “Q”, la cual puede ser un escalar positivo o negativo.

El padre fundador **Franklin** descubrió que cuando una barra de vidrio se frota con seda, el vidrio t y la seda tienen cargas opuestas, la del vidrio por definición es positiva y la seda negativa. Otro experimento pero con una barra de caucho y fue frotada con un fieltro, se observó que la barra de caucho se cargo negativamente (por definición) y el fieltro positivamente Ambos experimentos se observa un proceso de electrificación por frotación donde hay transferencia de cargas, en el caso del primer experimento (Vidrio y seda), los electrones del vidrio (no todos) pasan a la seda, quedando la seda cargada negativamente y el vidrio positivamente

Ahora un objeto tiene una carga positiva (+q) , significa que el objeto tiene la propiedad de electrificación que lo hace ser repelido por una barra de vidrio frotada con seda . Cuando se dice que tiene una carga negativa, se da entender que el objeto tiene la propiedad

de electrificación que lo hace ser repelido por una barra de caucho frotada con fieltro.

Durante los experimentos se observo que dos partículas con la misma propiedad de electrificación (cargadas positivamente o negativamente) experimente cada una fuerzas de repulsión de igual magnitud. Si las cargas son opuestas, entre ellas existe una fuerza eléctrica de atracción de igual magnitud.

Nota: *Cuando se dice que las cargas son iguales es porque son del mismo signo, pero no necesariamente deben ser de la misma magnitud*.

1.2.1-. Cuantización de la carga.

La materia esta formada por átomos eléctricamente neutros, cada átomo posee un núcleo donde se encuentran los protones (carga positiva) y los neutrones (no poseen carga), el número de protones representa el **NUMERO ATOMICO DEL ELEMENTO** y se denota con la letra "**Z**", alrededor del núcleo, existe un número igual de electrones pero con carga negativa, tanto la carga del protón como la del electrón son iguales en magnitud y se representa:

- Protón **= e**
- Electrón **= -e**

Siendo "e" la unidad fundamental de la carga. e = 1,602 $x10^{-19}$

Nota: Las carga de un protón o electrón es una propiedad intriseca de la partícula, es decir es propia de ellos , como también lo son la masa y el espin (su rotación).

Todas las cargas observables se presentan en cantidades enteras de la unidad fundamental de carga "e", en otras palabras la carga esta cuantizada y se relaciona con la carga por medio de:

Q = ± **N**e

.

N= número entero.
e= carga fundamental
Q = carga.

Cuando dos objetos eléctricamente neutros se frotan entre si, uno adquiere carga negativa (cargado negativamente) y el otro con un déficit de electrones (cargado positivamente), la carga total es la suma de los dos objetos y no cambia, es decir la carga se CONSERVA, entonces la Ley de Conservación de la carga es una ley fundamental de la naturaleza.

La unidad en el Sistema Internacional (SI) de la carga es el Culombio y la carga fundamental (e) se relaciona con el Culombio por medio de:

e = 1.602 x $^{10\ -19}$ C

Submúltiplos del Culombio**1 nC (nanoculombio) = 10^{-9}C ,**
1 μC (microculombio) = 10^{-6} C
1 m C (miliculombio) =10^{-3} C

Ejemplo Nª.1
Una carga de 50 nc (1nC = $1x10^{-9}$ c) , se puede producir en el laboratorio simplemente frotando entre dos objetos, ¿ cuántos electrones deben transferirse para producir esta carga?.
Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Como datos tenemos: Q= 50 nC y e0 -1.6 $x10^{-19}$ c y deseamos saber cuánto es N = ?
  Si empleamos la ecuación **Q= Ne → N = 3,12 $x10^{11}$**

1.3-. TIPOS DE MATERIALES

Primeramente, los átomos son eléctricamente neutros, es decir un átomo en su conjunto no tiene carga eléctrica debido a que las fuerzas eléctricas entre átomos son pequeñas, pero no cero. Ahora

bien los electrones de un átomo, que se representa por la letra **(e)** y tienen carga " **–e**" se mueven describiendo órbitas en regiones parecidas a capas alrededor del núcleo, el cual es mucho más pesado por contener los neutrones (**n)** y los protones (**p**) que tienen una carga positiva " **+e** " , entonces cuando se dice que un átomo es neutral es porque el número de electrones es igual al número de protones. También debemos mantener presente que los electrones que están más cerca del núcleo son difíciles de retirar debido a la fuerza de atracción que existe, en cambio los electrones que se encuentra más retirado del núcleo se pueden separar con mayor facilidad, está condición (la facilidad de retirar los electrones del núcleo) determina en gran parte las propiedades física y químicas del elemento, en tal sentido un átomo que ha perdido uno o más electrones se llama **ION POSITIVO** y en caso contrario que ha ganado electrones se llama **ION NEGATIVO.**

1.3.1-.Conductores: (llamados conductores eléctricamente neutros)

Si los electrones externos de los átomos, en la materia son fácilmente de retirar como que estuvieran casi libres y se pueden mover a través del material casi sin impedimentos, estos materiales son BUENOS CONDUCTORES. Los metales como la plata, el cobre y el aluminio.

Existen otros materiales que cuando se enfrían a temperaturas muy bajas tienen electrones que se mueven con facilidad, estos se llaman SUPERCONDUCTORES.

1.3.2-.Aislantes, No Conductores.

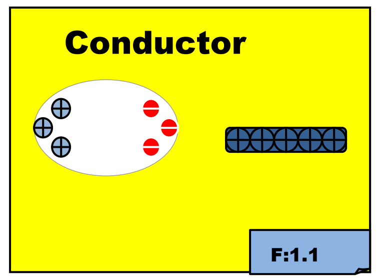
Los Aislantes o No conductores (llamados también aislante eléctricamente neutros) , su propiedad de electrificación (es decir de carga) no es móvil, resulta mucho más difícil transferir carga , tienen polarización pero ocurre internamente a escala atómica o molecularmente.

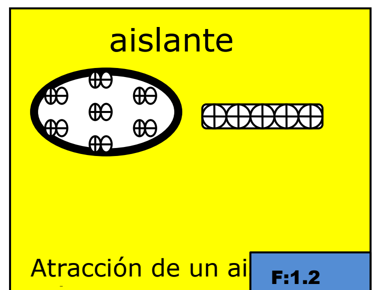
Observación: Los dieléctrico son los materiales que no conducen la electricidad, por lo que pueden ser utilizados como **aislantes**.

1.4-. POLARIZACIÓN, CARGA POR CONDUCCIÓN Y CARGA POR INDUCCIÓN:

Ejemplo N°2: (Polarización)

Dado los siguientes dos casos, en cada uno se aproxima por el lado derecho una barra cargada positivamente (exceso de carga positiva o perdida de electrones), la barra no ENTRA EN CONTACTO CON EL MATERIAL, qué ocurre en cada caso:





- ***Paso N°1:***
  Caso N°1: El material conductor eléctricamente neutro (ver figura 1.1), permite una polarización en sus extremos debido al movimiento de cargas positivas (fuerza de repulsión entre las cargas positivas de la barra y el material) hacia la izquierda y negativas a la derecha (fuerza de atracción entre las cargas positivas de la barra y las negativas del material.

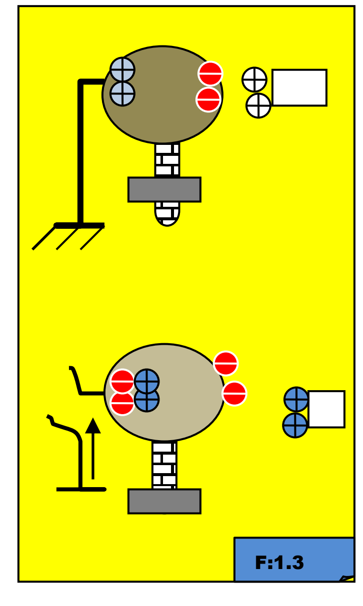
- ***Paso N°2:***
  Caso N°2: El material aislante eléctricamente neutro, las cargas se alinean pero no se desplaza permite una polarización en sus extremos debido al movimiento de cargas positivas (fuerza de repulsión entre las cargas positivas de la barra y el

material) hacia la izquierda y negativas a la derecha (fuerza de

Ejemplo N°3 :
Una esfera se coloca sobre una base aislante y conectada por extremo a "tierra" por medio de un cable conductor, por el lado derecho se aproxima (sin tocarla) un conductor cargado "2q ",el conductor se rompe y luego se retira el material cargado con "2q". Cómo quedan las esferas cargadas después de la experiencia:

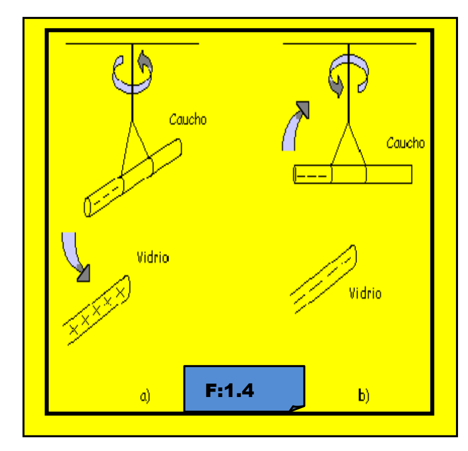
Solución:

- ***Paso N°1:***
  Cuando se aproxima una barra cargada con "2q", la esfera se polariza tal como se muestra en la figura superior, los protones que están justo donde se encuentra el cable hacen que los electrones que están en tierra "suban" y formen "pares", como se "rompe" el cable conductor, los electrones que subieron no pueden bajar, por lo tanto las cargas negativas que se "movieron " al lado derecho tienen que colocarse en la superficie, finalmente se puede decir:



- ***Paso N°2:***
  La esfera queda cargada inducida de "-2q".

Ejemplo N°4:
Se posee una barra de caucho sostenida por un hilo de naylon (f:1.4), la barra previamente fue frotada con piel, se le aproxima una barra de vidrio frotada con tela.
a-. Qué tipo de fuerza surge entre estos dos materiales.

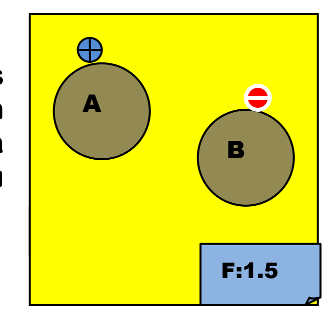


Solución:

- ***Paso N°1:***
  La barra de caucho al ser frotada por la piel, adquiere cargas negativas (se le transfieren) y como la barra de vidrio tienen exceso de cargas positivas, la fuerza que surge es de atracción.

Nota: Se puede concluir, que mientras la interacción gravitacional es siempre atractiva, la interacción eléctrica puede ser atractiva o repulsiva. La carga eléctrica siempre se conserva. Esto es, cuando se frota un cuerpo contra otro no se crea carga en el proceso. El estado de electrización se debe a la transferencia de carga de un cuerpo a otro. Por lo tanto, un cuerpo gana cierta cantidad de carga negativa mientras que el otro gana la misma cantidad de carga positiva.

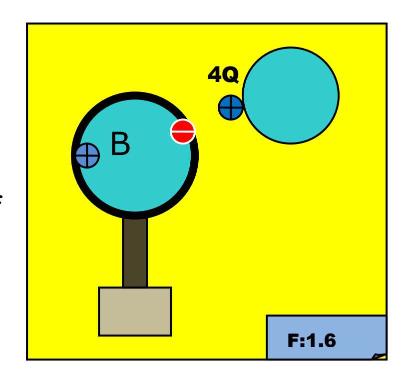
Ejemplo N°5
Se muestran dos sólidos conductores (esferas) "A" y "B" (f.1.5), cargados con Q y –Q respectivamente, señalar la carga que existe en su interior y en su superficie.



Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Para el sólido cargado positivamente "A", el exceso de carga se ubica en la superficie y en su interior la carga neta es cero.
  Para el otro caso en la superficie se encuentra la carga negativa y en su interior de neutra.

Ejemplo Nº6.
Se posee una esfera "B" que tiene una capa aisladora, en su interior es neutra, se aproxima otra esfera de igual tamaño pero cargada positivamente 4Q (ver f 1.6), se ponen en contacto, la pregunta es: ¿La esfera aisladora queda cargada después que se retira la esfera cargada?

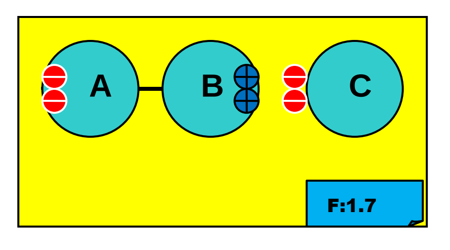


Solución:
- ***Paso Nº1:***
  Por tener una capa aislante, no se pueden intercambiar electrones de un sólido a otro, se puede originar un movimiento de carga en el interior del sólido "B" (positivas en un lado y negativas en otro), pero hasta ahí, una vez que se retira la esfera cargada, las cargas vuelven agruparse.

Ejemplo Nº7:
Se posee dos esferas de igual tamaño conductoras eléctricamente neutras (A y B), conectadas por medio de un alambre conductor, luego se procede, aproximar por el lado derecho de la esfera "B" una tercera esfera (la C") cargada con "-2q", tal como se indica en la figura f.1.7, pero sin ponerse en contacto (con las dos existentes), señalar en cada caso que se describe a continuación, como quedan las tres esferas cargadas una vez finalizada la experiencia que se indica:

a-. Se rompe el alambre y luego se retira la esfera "C" (cargada negativamente).
b-. Se retira la esfera "C" y luego se rompe el alambre.

Solución:



- ***Paso Nº1:***
  Recuerde que rodas las esferas en su interior son neutras, es decir, que el numero electrones y protones es igual.
  En el caso de la "C", como ha ganado electrones los tiene en su superficie (es un Ión negativo).

- ***Paso Nº2:***
  Para el primer caso, si la esfera "C" se aproxima por el lado derecho de la "B", ocurre la siguiente: Primero como las esferas "A" y "B" están unidas por un cable (conductor) se asume (siempre) que estas dos esferas conforman una gran esfera (imaginaria), debido a la fuerza de atracción que ejercen la cargas en exceso de la esfera "C" sobre la configuración "A-B", los protones (de ambas esferas) se mueve hacia el lado derecho (tal como se indica en la figura) y los electrones hacia el lado izquierdo (fuerza de repulsión), esto se llama polarizaciòn, en el momento que se corta el cable (pero sigue la esfera "C" con su efecto sobre las cargas de la configuración "A-B") , no permite que las cargas "vuelvan" a su estado inicial, quedando las esferas con las siguientes cargas (por inducción) : La esfera "A" con carga "-2q" y la esfera "B" con "2q", la esfera "C" queda igual (por què no tuvo contacto con nadie).

- ***Paso Nº3:***
  Ahora en el segundo caso, todo sigue igual hasta el punto donde se corta el cable, como la esfera "C" se retira justo al cortar el cable "le da tiempo a las cargas" volver a sus respectivo sitios,

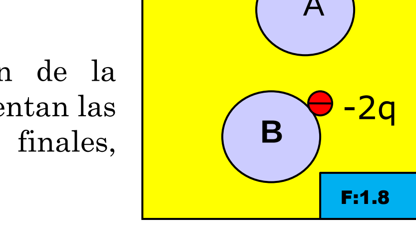
por lo tanto solamente ocurre una polarización pero quedan iguales a como inicio el fenómeno .cuando se retira la excitación, antes de romper el alambre, las cargas retornan a sus posiciones iniciales, por lo tanto continúan las esferas neutras.

Ejemplo N°8

Se posee, los siguientes casos, en todos las esferas entran en contacto, encontrar , ¿cómo quedan las esferas después que son separadas?.

I-. La esfera "A" con carga 8q y la esfera "B" con -2q.

II-. La esfera "A" con 2q y la esfera "B" con 8q



Solución:

Caso I

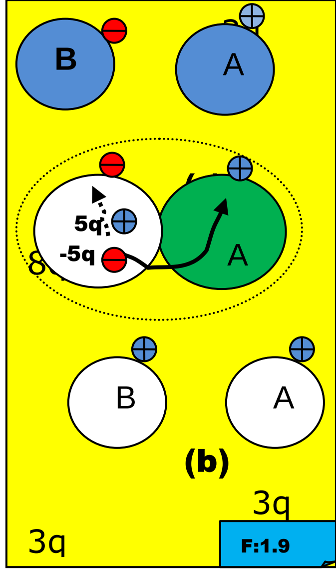
- ***Paso N°1:***
  Por medio de la conservación de la carga ($Q_{ti} = Q_{tf}$), que representan las cargas totales iniciales y finales, entonces:
  Qt= 8q-2q = 6q,
  Por lo tanto, entre las dos esferas se debe distribuir "6q" (esto se hace por que son dos esferas de igual radio y se asume esto por qué el problema no dice lo contrario.

- ***Paso N°2:***
  Calculemos el "radio total de todas las esferas" Rt= R+R = 2R.

- ***Paso N°3:***
  Encontramos, cómo va a distribuir la carga en cada esfera, cuando finalice la experiencia. Para esto aplicamos la ecuación:
  $Q_{fe} =(Q_t \times R_e) / R_t$, donde:
  Q_{fe} = carga final de la esfera.
  Q_t= carga total buscada en el paso N°1.
  R_e = radio de la esfera a la que se le desea encontrar la carga final de ella.

$Q_{fA} = (6xR) /2R = 3q$ y $Q_{fB} = (6xR) /2R = 3q$

Finalmente las esferas quedan cargadas con "3q" cada una, y era de esperarse, debido a que son del mismo tamaño.



- ***Paso N°4:***
  Una vez que se conoce cómo quedan las esferas al final de la experiencia, se debe explicar que ocurre internamente con las cargas para llegar a esta respuesta.

- ***Paso N°5:***

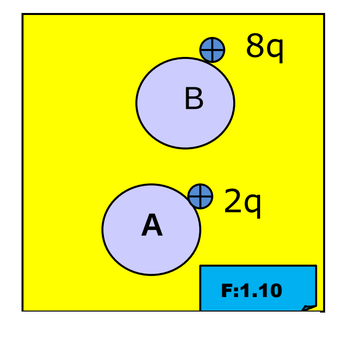
  Para explicar completamente què ocurre internamente entre las esferas, lo primero que hay que identificar cuál esfera tiende a ser màs negativa, por qué, por lo siguiente:

  La esfera que tiende a ser màs negativa es la que va aportar los electrones suficiente para lograr la transferencia de los mismo a la otra esfera y de esta forma queden las esferas cargadas cada una con "3q".
  Como la esfera "B" es la que tiende a ser màs negativa en este caso, es la que va aportar los electrones hacia la esfera"A", ahora surge la segunda pregunta que siempre debemos hacernos, ¿cuántos?, bueno, observe que cantidad de carga tiene la esfera (que recibe o la que tiende a ser màs positiva), en este caso la "A", su carga es de "8q" (antes de la experiencia) y cuando debe tener al final de la experiencia (3q), eso les dará la idea de qué cantidad de electrones se debe transferir, para este ejemplo la esfera "A" debe ganar "5 electrones" para reducir su exceso de carga positiva que tiene en la superficie, (8-3 =5).

Por lo tanto se dibujan que "5q" parte de la esfera "B"(que tiende a ser màs negativa) hacia la esfera "A" y estos siguen su curso hacia la superficie de la esfera "A" y se combinan con "5q" de la esfera "A" que estan en la superficie (fuerza de atracción). En la esfera "B" los protones (5q) que se encontraban en "pareja " con los electrones transferidos (recuerden que dentro de las esferas hay cargas positivas y negativas en igual cantidad, es una característica de las conductoras) , estos protones atraen "dos" electrones de la superficie , pero quedan tres protones libres, estos deben quedarse en la superficie del conductor y por esa razón quedan cargada con "3q".

Solución:
Caso II

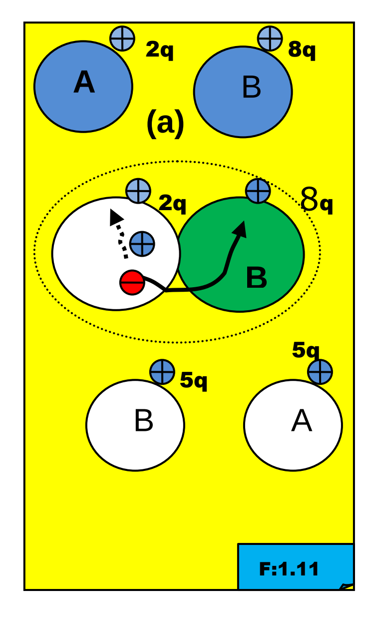
- ***Paso Nº1:***
  Por medio de la conservación de la carga ($Q_{ti} = Q_{tf}$), que representan las cargas totales iniciales y finales, entonces:
  $Q_t = 8q+2q = 10q$,
  Como tienen los mismo radios, entonces quedan cada una con "5q".



- ***Paso Nº2:***
  Encontramos, cómo va a distribuir la carga en cada esfera, cuando finalice la experiencia. Para esto aplicamos la ecuación:
  $Q_{fe} = (Q_t \times R_e) / R_t$, donde:
  Q_{fe} = carga final de la esfera.
  Q_t= carga total buscada en el paso Nº1.
  R_e = radio de la esfera a la que se le desea encontrar la carga final de ella.
  $Q_{fA} = (10xR) /2R = 5q$ y $Q_{fB} = (10xR) /2R = 5q$

  Finalmente las esferas quedan cargadas con "5q" cada una, y era de esperarse, debido a que son del mismo tamaño.

- ***Paso Nº3:***
  Una vez que se conoce cómo quedan las esferas al final de la experiencia, vemos que la esfera "A" tiende a ser màs negativa (posee menos protones en su superficie), entonces ella es la que va a transferir los electrones que sean necesario para lograr el equilibrio requerido.



- ***Paso Nº4:***

  La esfera "b" debe reducirse a"5q", necesita que de la esfera "A" se transfieran "-3q" , estos se van a combinar con "3q" (de los "8q" que existen en la superficie).
  Quedando carga da con "5q". En el caso de la esfera "A", "3q" (que hacían pareja con los "-3q" que se transfirieron) suben a la superficie de "A" y se suman a los "2q" ya existentes, quedando ambas esferas con cargas "5q" cada una, por contacto.

1.5-. LEY DE COULOMBS:

La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida a lo largo de la línea que las une y fue estudiada por Charles Coulombs (1736-1806).

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_r$$

Esta fuerza es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva si tienen signos opuestos. La fuerza varía inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa las cargas (r) y es proporcional al valor de cada una de ellas.

Donde $\varepsilon = 1/K$ entonces $K = 9x10^9\ N.m^2/C^2$

"ε "se conoce como la permisividad del espacio vacío, la ley de Coulomb describe la fuerza entre dos partículas cargadas que estén en reposo y el estudios que se haga sobre ellas se llama electroestática. **Permitividad del Vacío** (ε_o): Se define de forma que

ε_o= 8.85·10-12 $C^2/N\ m^2$

Si el medio en el que se encuentran las cargas es distinto al vacío, se comprueba que la fuerza eléctrica es κ veces menor, de esta forma se define la Permitividad del Medio como $\varepsilon = K\ \varepsilon_o$.. Siendo " k " la Constante Dieléctrica del Medio.

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

Nota: a lo largo de este tema estudiaremos procesos en los que la carga no varía con el tiempo. En estas condiciones se dice que el sistema está en Equilibrio Electrostático.
Nota: En el caso que existan varias cargas, la fuerza neta sobre cualquiera de ellas será la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las otras

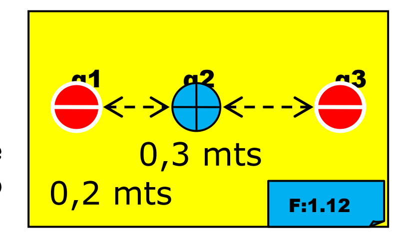
1.5.1-.Dirección de la fuerza:

La dirección de la fuerza depende de si las caras tienen el mismo signo o signo opuesto, su de notación es la siguiente:

F_{12} = fuerza que ejerce la carga "dos" sobre la "una"

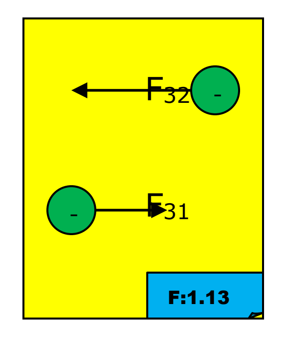
Ejemplo N`9: (Ley de Coulomb).

Tres partículas cargadas se encuentran en una línea, tal como se muestra en la figura, determinar la fuerza neta sobre la carga q3. (Ver figura 1.12)



Solución:

- ***Paso Nº1:***
  La fuerza neta sobre "**q_3**", es la suma de las fuerzas ejercida por "q_2" sobre "q_3" y la que ejerce "q_1" sobre "q_3". Ver figura 1.13



- ***Paso Nº2:***
  El diagrama es el siguiente: (aplicando el principio de superposición)

- ***Paso Nº3:***
  F_{32} = (9x10⁹) (-4x10⁶) (5x10⁶)/ (0.2)²

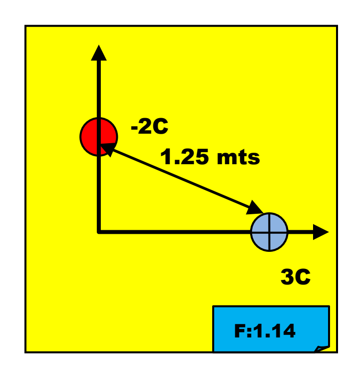
  → F_{32} =-4.5x10²⁴ N

  F_{31}= (9x10⁹) (-4x10⁶) (-3x10⁶)/ (0.5)²

  → F_{31}=4.3x10²³ N

  $F = F_{31} + F_{32} = -4.06x10^{24}$ N

Ejemplo Nº10: (Fuerza entre dos cargas)
Dada las siguientes cargas puntuales, ubicadas de manera tal que forman un triangulo rectángulo, donde su hipotenusa tiene un valor 1,25 mts, (ver figura F.1.14) encontrar:



a-. Las componentes de la fuerza

eléctrica sobre "-2c".

b-. Representa estas fuerzas un par de fuerzas de la tercera Ley de Newton.

<u>**Solución:**</u>

- ***Paso Nº1:***
  Para la magnitud de la fuerza eléctrica que ejerce cada una sobre la otra, se usan los valores absolutos, por lo tanto:
  $F_{1x} = |F_1| Sen60^o$ y $F_{1y} = |F_1| Cos\ 60^a$
  $|F_1| = K\ (|\ -2C|\ |\ 3C|\ /\ (1{,}25)^2$
  $|F_1| = 3{,}4\ x10^{10}$ N
  $F_{1y} = 2{,}94x10^{10}$ (j) N
  $F_{1x} = 1{,}7x10^{10}$ (i) N^a

-2C
60ª
F₁
F₁y
F₁x
3C
F:1.14.1



- ***Paso Nº2:***
  Vemos el siguiente diagrama de fuerza. Ver figura 1.14. Ambas fuerzas forman un par de fuerzas de la tercera Ley de Newton.

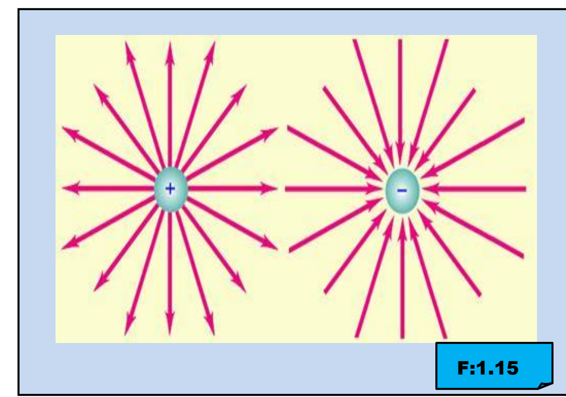
Nota: Muchas fuerzas comunes se les pueden llamar "fuerzas de contacto", ejemplo cuando se empuja una caja, en cambio, la fuerza gravitacional como la eléctrica actúan a distancia

RESUMEN:

1. Existen dos clases de cargas eléctricas, llamadas positiva y negativa.
2. La carga eléctrica esta cuantizada y siempre se presenta en múltiplos enteros de la unidad fundamental de carga " e ". El protón es "e" y el electrón es "- e". e= 1,602 x 10^{-19} C
3. La carga se conserva, en un proceso ni se crea ni se destruye sòlo se transforma.
4. Los materiales conductores eléctricamente neutros poseen cargas positivas y negativas en igual número, tienen la facilidad de que sus cargas negativas se transfieran de un material a otro o aceptar cargas negativas. En el caso de los aisladores solamente la cargas se mueven internamente pero no acepta transfiere electrones.
5. La Ley de Coulomb permite determinar la fuerza eléctrica entro dos cargas

1.6-. EL CAMPO ELÉCTRICO

Capo debido a una carga "q" crea un campo eléctrico "E" en todo el espacio alrededor de ella, tal como se muestra en la figura "1.15".



Ahora si en el área dónde se encuentra "q· se coloca otra carga de prueba "q_o" , sobre esta carga va existir una fuerza eléctrica producida por "q" y viene dada:

$$\mathbf{F = q\ E} \quad (\text{Ec. } 2)$$

F = fuerza eléctrica sobre "q".
Q = carga prueba.

Es importante señalar que el campo en un punto no depende de la carga colocada en ese punto, es creado por otras cargas estáticas, por tal motivo el campo "E" se le llama Campo Electroestático. La unidades del campo eléctrico son:
Newton /coulomb (N/C).Es más la carga de prueba se puede mover debido a la acción de las fuerzas eléctricas ahí existentes

Se puede decir, que el campo eléctrico depende de la configuración específica de las cargas que lo crean, de igual forma que el campo gravitatorio que depende de la forma y las masas que lo producen.





1.6.1 -.Para determinar el campo eléctrico producido por cargas puntuales,

Se tiene:

E =(K Q)/r² r (Ec: 3)

Donde:

Q = carga generadora del campo.

r = distancia entre el punto y la carga generadora del campo.

r= vector unitario.

El campo gráficamente viene dado de la siguiente manera, ver figura 1.16

Q E p Q p E

F:1.16

1.6.2-.Campo Eléctrico debido a una distribución continúa de carga.

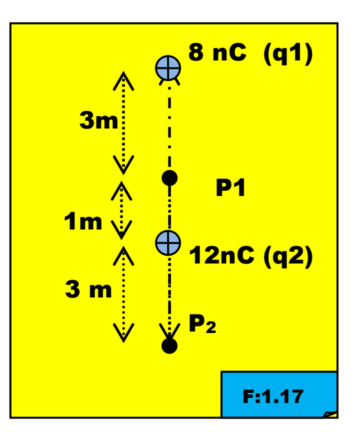
Dependiendo de la forma de la distribución, se definen las siguientes distribuciones de carga. Si una carga se distribuye de manera:

- Uniformemente a lo largo de una Línea de longitud "L", la densidad de carga lineal
  λ = q/L. E= k ∫ λdq/r²
- Uniformemente a lo largo de una superficie de área "A", la densidad de carga superficial es ∂ **= q/A .E= k ∫ ∫ dq./ r²**
- Uniformemente a lo largo de un volumen , la densidad de carga volumétrica **ρ = Q/V**

En caso de no existir una distribución no uniforme, las densidades se pueden expresar en función de las derivadas de la carga entre la derivada de la longitud, según sea el caso.

Ejemplo N°11:

Encontrar el campo eléctrico total en los puntos "P₁ y P₂" debido a las cargas dadas en la figura 1.17

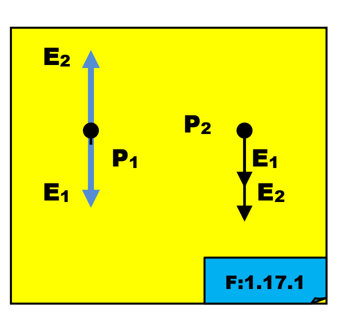


<u>Soluciòn</u> :

- *Paso N1:*
  Para los puntos "P_1 y P_2", los diagramas vectoriales son los mostrados en la figura 1.17.1



- *Paso N°3:*
  Los campos producidos por cada carga vienen dados:
  E =(K Q_1)/r^2 (Ec general del campo debido a cargas puntuales)
  E_{1p1} = K (8x10⁻⁹)/(3)² (-j)
  E_{1p1} = 7.9(-j) Newton
  E_{2p1} = K (12x10⁻⁹)/(1)² (j)
  E_{2p1} =108(j) Newton



E_{1p2} = K (8x10⁻⁹)/(7)² (-j) =1,47(-j) Newton

E_{2p2} = K (12x10⁻⁹)/(3)² (j) =12(-j) Newton

Ejemplo N°13

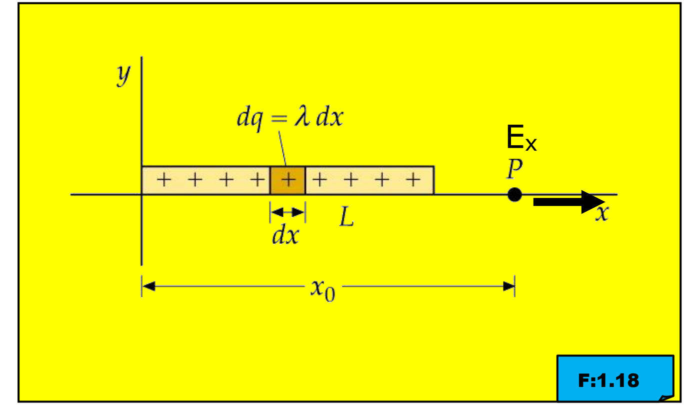
(Campo eléctrico debido a una distribución lineal)

Se posee una barra de longitud "L", con una densidad lineal "λ" y una carga total "Q", determinar:

a-. El campo en el punto "p", ubicado a una distancia "a" del extremo de la barra. (Ver figura F.1.18)

<u>Solución:</u>

- ***Paso Nº1:***
  Ecuaciones:
  $\lambda = q/L$ pero **$dq = \lambda\, dL = \lambda dX$,**
  $E = K\, dQ/r^2 = k \int \lambda dx/r^2$



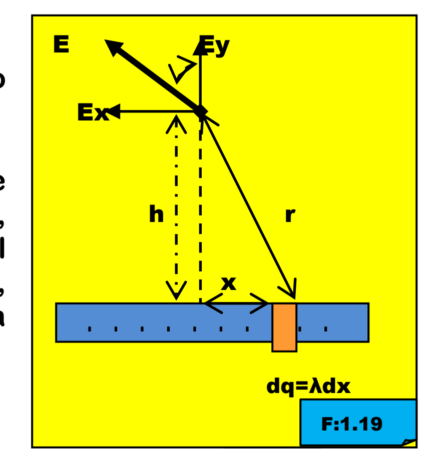
Asumiendo el origen donde se encuentra el punto "p", tenemos que los límites de integración van desde "0" hasta "(L)". El campo (Ex), se encuentra hacia la parte positiva del eje "x", por lo tanto el vector "r" es "i".

- ***Paso Nº2:***
  Por otro lado la distancia entre el "dX" y el punto es "r", pero también la distancia entre "dX" y el origen es "X", en tal sentido r=Xo-X.

- ***Paso Nº3:***
  Finalmente nos queda la integral de la siguiente forma:
  $E_x = k \int \lambda dX/(Xo-X)^2$

Ejemplo Nº14 (Campo eléctrico debido a una distribución lineal)

Se posee una barra de longitud "L" (ver figura 1.19), indicar la dirección y sentido del campo eléctrico en el punto "p", ubicado a una altura "h" de la barra.



Solución;

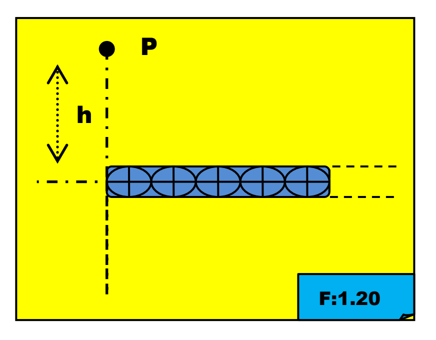
- ***Paso Nº1:***
  En el dibujo se indica el campo, como existe simetría con respecto al eje "Y", las componentes del campo en "X" se cancelan. Ecuaciones: **$\lambda = q/L$ pero $dq = \lambda\, dl = \lambda dX$,**
  $E_y = K\int \lambda dX \cos\Theta /r^2\, [\, j\,]$

- ***Paso Nº2:***
  Para esta integral la podemos plantear de dos maneras:
  I Caso: Dejarla en función de la longitud y hacemos los siguientes cambios : **$r^2=(h^2+x^2)$; $\cos\Theta = h/(h^2+x^2)^{1/2}$**
  $E_y = K\int \lambda dX \;/(h^2+x^2)^{3/2}$

- ***Paso Nº3:***
  II caso: Dejarla en función de los ángulos y este paso se recomienda cuando la distribución es infinita. Los cambios de variables son los siguientes:
  $\tan\Theta = X/h \rightarrow x = h\tan\Theta \rightarrow dx = h\sec^2\Theta\, d\Theta$ y $\cos\Theta = h/r \rightarrow r = h\sec(\Theta)$

- ***Paso Nº4:***
  Si sustituimos en la expresión del campo que es
  $E_y = K\int \lambda dX \cos\Theta /r^2\, [\, j\,]$
  $E_y = K\int \lambda \sec^2\Theta\, d\Theta \cos\Theta \,/\, h2 \sec^2\Theta\, [\, j\,]$ simplificamos y la integral y nos queda:
  $E_y = K\int \lambda \cos\Theta\, d\Theta/h = (k\, \lambda/h)\, (\operatorname{Sen}\Theta_2 - \operatorname{Sen}\Theta_1)$ y en caso que exista la componente en "x" del campo su expresión es:
  $E_x = (k\, \lambda/h)\, (\cos\Theta_2 - \cos\Theta_1)$, todo esto se reduce a la siguiente expresión:

- ***Paso N°5:***
  E = 2k λ/ h , esta es la expresión del campo ubicado a una altura "h" sobre una barra infinita, que vendría a ser la componente del eje "y" debido a que las componentes del eje "x" se cancelan

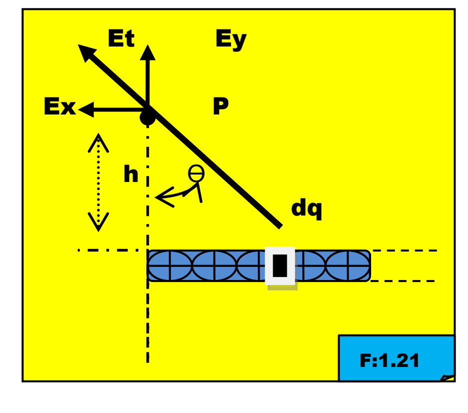


Ejemplo N°15.
Se posee una barra lineal infinita tal como se muestra en la figura 1.21, en el punto "p" encontrar el campo eléctrico producido por la barra.

Soluciòn:

- ***Paso N°1:***
  Colocamos el sistema de referencia y los vectores del campo en el punto "p"

- ***Paso N°2:***
  Empleando las ecuaciones para barras infinitas se tiene:



E_y =k λ/h) (Sen Θ_2 -Sen Θ_1)

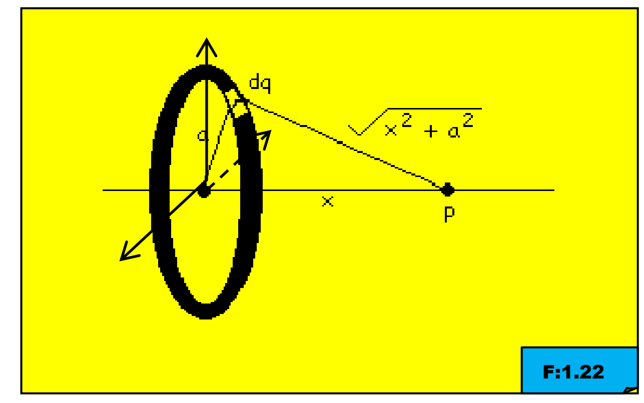
E_x= (k λ/h) (Cos Θ_2 -Cos Θ_1), de estas expresiones los ángulos son: Θ_1 =0º y Θ_2 =π/2, evaluamos y nos queda:

E_y =k λ/h) (Sen 90º-Sen 0º)= k λ/h

E_x= (k λ/h) (Cos 90 -Cos 0º)= -(k λ/h), el negativo es debido al sentido de la componente en el eje "x".

Nota: Si este problema se cambia por un anillo de radio interior "a" y radio exterior "b", el planteamiento cambia con respecto a los radios, por el hecho que hay que integrar desde "a hasta b".En todo lo demás queda igual.

Ejemplo N°16:
Se posee un anillo de radio "a" ubicado en el plano y-z (ver figura 1.22, tiene una densidad "λ" , uniforme, calcular el campo eléctrico en el punto "p", ubicado a una distancia "X" del eje central del anillo.



Solución:

- ***Paso N°1:***

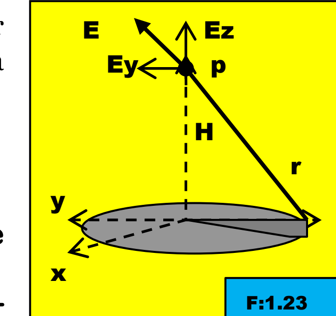
Como la distribución tiene simetría con los ejes "y-z", (por estar ubicada en ese plano), implica que las componentes del campo correspondiente a los ejes "y-z" se anulan, el ángulo varía desde (0º hasta 2π), viene dado por:

E= k ∫ dq./ r² Donde dq = λ dl (dl = a dΦ) sustituimos y nos queda:

E= k ∫(a λ dΦ .)/ r² ,pero "r" viene dada r² =(a²+x²) , por otro lado el campo en "p" tiene solamente componentes en el eje "X", por existir simetría con los ejes "Y y Z", entonces la componente del campo en "X" viene dada:

Ex= k ∫ (a λ SenΦ dΘ)/ (a²+x²)

Ejemplo N°17:
Se posee un disco de radio "a", tiene una densidad superficial "σ ", uniforme (ver figura 1.23), ubicado en el plano "x-



y", calcular el campo eléctrico en el punto "p", el cualse encuentra en el eje "z",a una "H" del eje central del anillo.

Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Como es una distribución lineal superficial, varía el radio (0 hasta "a").

- ***Paso Nº2:***
  El ángulo de "barrido" va : (0º hasta 2π). El campo viene dado por: **$E= k\int\int dq./ r^2$**

- ***Paso Nº3:***
  Donde $dq = \sigma dA$ ($dA = dr\, d\Phi$) sustituimos y nos queda:
  $E= k\int\int \sigma(dR\, d\Phi.)/ r^2$
  Pero "r" viene dada $r^2 =(h^2+R^2)$, por otro lado el campo en "p" tiene solamente componentes en el eje "Z", por existir simetría con los ejes "Y y x", entonces la componente del campo viene dada :**$E_z= k\int\int \sigma(R\, dr\, (Sen\Phi\, d\Phi.))/ (h^2+R^2)$**

Nota: Si este problema se cambia por un anillo de radio interior "a" y radio exterior "b", el planteamiento cambia con respecto a los radios, por el hecho que hay que integrar desde "a hasta b".En todo lo demás queda igual.

1.7 Energía potencial eléctrica

La energía potencial (eléctrica, gravitatoria, etc.) es entendida como la capacidad de un sistema de hacer trabajo proveniente de su configuración espacial. Con configuración espacial, nos referimos a todos los elementos con masa o elementos con carga (según el caso) que dispuestos en el espacio den como resultado el campo que se ejerce sobre el objeto que estemos analizando.

Comencemos analizando la cuestión energética referida a una carga en un campo eléctrico. Si tenemos una carga de prueba "q", que colocamos en un campo eléctrico E, sabemos que la fuerza eléctrica que esta carga siente va a ser: **F = Eq**, Entonces esta carga sentirá una fuerza y comenzará a moverse (se acelerará). Podemos decir que el campo ha realizado trabajo para mover a la carga.Entonces podemos relacionar la fuerza mecánica (F=ma) con la fuerza eléctrica:

$F = F_e = qE$, pero F =ma, entonces tenemos Ec:8)

qE=ma, donde

a = q **E/**m

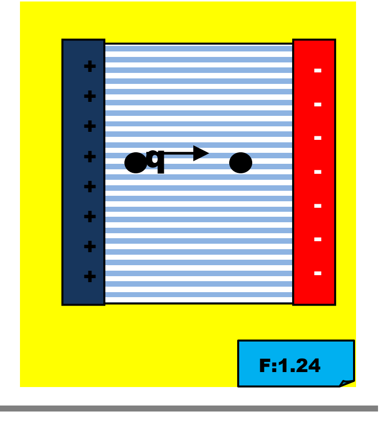
NOTA: Si el campo eléctrico "E" es constante la aceleración de la carga también lo es, por lo tanto de la ecuación Nº8, se observa que si la carga es positiva la aceleración apunta en la misma dirección del campo dónde se encuentra la carga, en caso de ser negativa su aceleración apunta en sentido contrario al campo

1.10-. CAMPO DEBIDO A PLACAS INFINITAS:

El campo eléctrico, debido a placas infinitas viene dado en magnitud: **$E = \sigma / 2\varepsilon$**

Ejemplo Nº18 (Carga en movimiento)

Una carga positiva "q" se libera desde el reposo tal como se muestra en la figura F.1.24, determinar, la distancia recorrida, la velocidad final al terminar al transcurrir un tiempo "t" y energía cinética final.



Solución:

- ***Paso Nº1:***
  La aceleración viene dada:

$a = qE/m$ (1) De las ecuaciones de cinemática en una dimensión:

$X_f = X_i + v_i t + 1/2\, at^2$ Pero si **$V_i =$ y $X_i = 0$**, tenemos:

$X_f = 1/2\, at^2 = 1/2\, qEt^2/m$

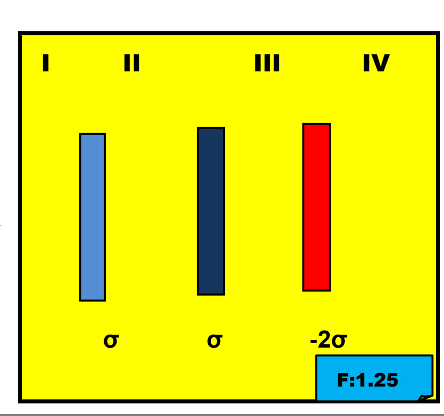
$V_f = at = qEt/m$ Luego la energía cinética viene dada

$K = 1/2\, m V_f^2$

- ***Paso Nº2:***
  Si se lanza un electrón hacia arriba y que pase entre las placas, este va describir una trayectoria "parabólica", mientras se encuentre entre ellas, y eso ocurre debido a las fuerzas que actúan sobre él (atracción y repulsión), si se desea determinar la distancia en "x", viene dada:

  $x = V_{ix}\, t$ en "y": **$y = 1/2 a_y\, t$**

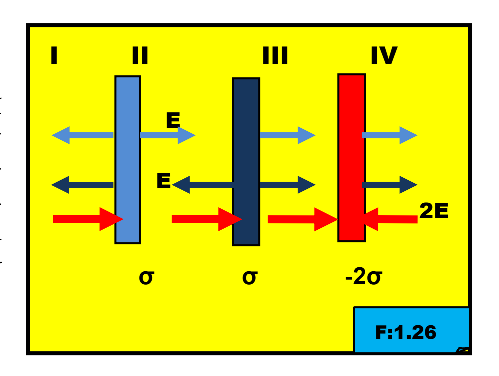
Ejemplo Nº19:
Se posee tres láminas, tal como se indica en la figura Nº1.25, encontrar en zona (s) el campo es:
a-. Nulo.
b-. Máximo.



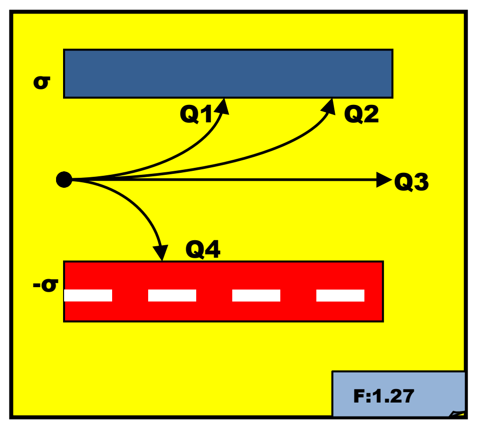
Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Procedemos a establecer las líneas de campo para cada distribución.

- ***Paso Nº2:***
  Se observa en la figura Nº1.26 que en las regiones "I y IV" el campo se anula (vectorialmente) y en la región Nº3 es máximo (tienen la misma dirección y sentido).



Ejemplo Nº20:
Se posee tres cargas (se desconocen sus signos y masa) pero si las trayectorias que describe cada una, cuando entran a la zona entre las placas y dónde hacen los impactos algunas de ellas, en función a estos datos, encontrar:
a-. Signo de cada carga.



b-. La relación de masa entre ellas.

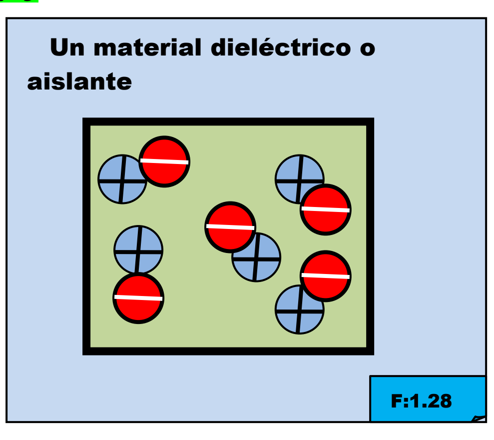
Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Las cargas que chocan en la placa positiva, son negativas (Q_1 y Q_2), Q_3 es un neutro (no posee carga, pero tiene masa Mn=Mp). Y Q_4 es positiva, debido a que choca en la placa negativa.

- ***Paso Nº2:***
  En el caso de Q_1 y Q_2, como Q_1, hace una trayectoria màs cerrada, significa que su masa es mayor en relación a Q2, $M_1 > M_2$. Paro $M_4 > M_1 > M_2$

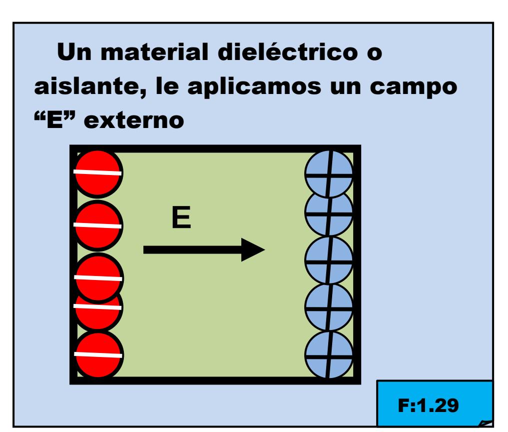
1.11-. DIPOLO ELÉCTRICO (P)

Los dipolos aparecen en el estudio de la materia de los cuerpos: Los dipolos son frecuentes en los sistemas físicos, químicos y biológicos. En el caso de los sistemas físicos, vamos utilizar los materiales aislantes o dieléctricos. A diferencia de lo que ocurre en los materiales conductores, en los aislantes los electrones no son libres. (tal como lo indicamos anteriormente),



F:1.28

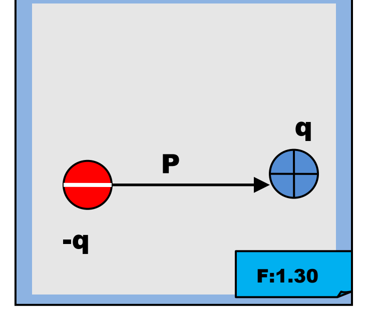
En la figura 1.28, se muestra internamente un dieléctrico (cargas positivas y negativas en igual número, con una capa aislante (línea gruesa)). Ahora, cuando el material aislante o dieléctrico se aplica un campo eléctrico, (figura 1.29),



F:1.29

Se observa que las cargas positivas se alienan en la dirección del campo eléctrico externo y las negativas en dirección opuesta, esta separación entre las cargas positivas y negativas me origina varios dipolos (conocido como polarización), este campo externo al "pasar" por el dieléctrico disminuye su intensidad.

Si tomamos dos cargas (una positiva y otra negativa), con una separación "d", tal como se muestra en la figura 1.30, podemos indicar el vector del momento dipolar la letra "**P**", y lo podemos determinar por medio de la ecuación :



F:1.30

P = **d**. | q | (Ec: 4)

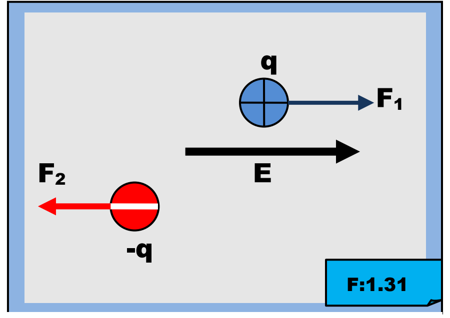
Donde:

P=momento dipolar. **d**= vector posición. q= carga del dipolo.

El momento dipolar, en su representación vectorial, va desde la carga negativa a la positiva, tal como se indica en la figura 1.27.

Si un dipolo es colocado en medio de un campo eléctrico uniforme "E" (externo). Sobre las cargas del dipolo van aparecer dos fuerzas eléctricas iguales, pero con sentidos contrario (F_1 y F_2), siempre la fuerza eléctrica sobre la carga `positiva lleva la misma dirección y sentido al campo que se expone, ocurre todo lo contrario con las cargas negativas. (ver figura 1.28)

1.10.1-. Torque o par de fuerza sobre el momento dipolar.



F:1.31

Si queremos calcular la fuerza neta resulta nula. Esto implica que el dipolo no se desplaza en el campo externo. Sin embargo, las fuerzas aparecidas no se encuentran actuando sobre la misma recta, esto ocasiona siempre un torque o par de fuerzas. Recuerden por física I, que un torque es la tendencia de una fuerza a rotar un objeto sobre su eje o par de fuerza. Este torque puede calcularse:

t= **Px E**

Y su magnitud $|t| = |P||E| \text{Sen } \theta$

El ángulo en cuestión "θ", es el que se forma entre las direcciones de los vectores campo eléctrico y el momento dipolar, así aparece el producto vectorial entre ellos, cuyo resultado es el momento de torsión sobre el dipolo eléctrico.

- Si: θ= 0º, el torque es cero, esto representa que no hay necesidad de rotar para alinearse en la dirección y sentido del campo eléctrico.
- Si θ≠0º, existe torque, por lo tanto el momento dipolar eléctrico necesita rotar para alinearse en la dirección y sentido del campo eléctrico.

1.10.2-. Energìa potencial del momento dipolar "U".

Cuando un dipolo se coloca en una región donde existe un campo eléctrico uniforme, este campo puede realizar o no un trabajo, este trabajo, va a depender de la ubicación que tenga el momento dipolar con respecto al campo eléctrico.

La energía potencial eléctrica la vamos encontrar :

$$U = -|P||E| \text{Cos } \theta$$

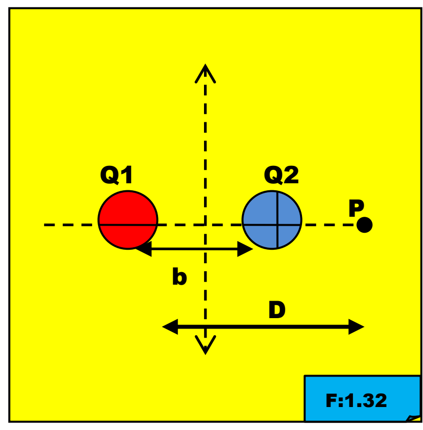
- El trabajo será máximo cuando los vectores de "P" y "E" sean antiparalelos (180º entre ellos).
- El trabajo será mínimo se los vectores "P" y "E" son paralelo.
- El trabajo es cero se los vectores "P" y "E" son perpendiculares

Otra información complementaria, cuando en un problema nos pidan como tiende a girar el dipolo, tenemos que buscar el Torque, ahora cuando nos digan como "tiende" a moverse, hay que hacer el análisis vectorial de fuerza sobre cada carga del dipolo, y ver que componentes no se anulan, en función al eje donde queden (las fuerzas), diremos que ese je tiende a moverse.

.

Ejemplo Nº21. (Dipolo)

Calcule el campo eléctrico de un dipolo en un punto "b". Ver figura Nº1.32.



Solución:

- ***Paso Nº1:***
  Asumimos que las cargas se encuentran sobre el eje "x".

Entonces el campo debido a la carga positiva va en sentido positivo del eje "x" y el campo debido a la carga negativa va en sentido negativo del eje "x".

$E = (K Q_1)/r^2 \; r$ (Ec. 6) Para cada campo se tiene:

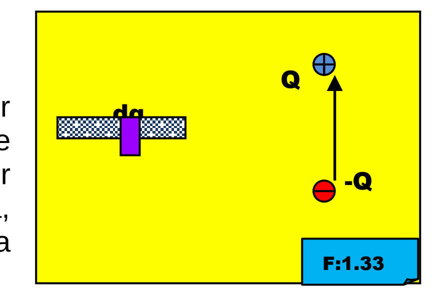
$E_1 = (K Q_1)/(D/2+L)^2 \; -i$, $E_2 = (K Q_2)/(L-D/2)^2 \; i$

Otro aspecto, que debe determinar del dipolo eléctrico es su energía (U), viene dada: **$U = -|P E| \cos \Phi$**

dónde:
P= Magnitud del dipolo. E =magnitud del campo eléctrico donde se encuentra el dipolo. Φ= ángulo entre el vector **P** y **E**.

Ejemplo Nº22. (Dipolo)

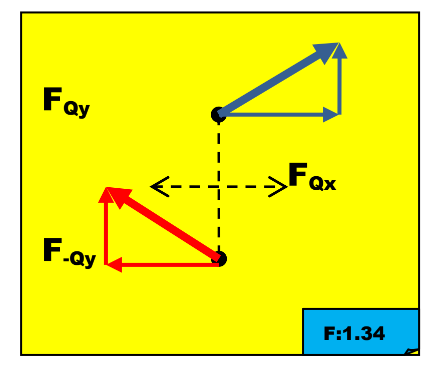
Se posee el siguiente dipolo (ver figura 1.33), se expone a la acción de un campo eléctrico, producido por una distribución lineal positiva, encontrar hacia dónde tiende a moverse el dipolo.



Solución:

- ***Paso Nº1:***

Cuando hacemos el diagrama de fuerza (ver figura 1.34) , sobre cada carga debido al "dq" (recuerde que siempre se busca la fuerza que ejerce el "dq" sobre las cargas porque representa una mayor distribución de cargas).



El diagrama de fuerzas, queda: con las siguientes componentes: en el eje "x" se cancelan, pero las del eje "y" se suman, por lo tanto el dipolo tiende a moverse en el eje "y" en sentido positivo (J)

1.11-. LEY DE GAUSS

Antes de este tema, se pudo determinar el campo eléctrico producido por cualquier tipo de distribución de cargas en reposo, pero en algunos casos resulta un poco complicado debido a las integrales cuando se posee una distribución continúa de carga, en este sentido se presenta la Ley de Gauss para ese tipo de configuraciones de carga que poseen una gran simetría, tales como cascarones esférico, cilindros y láminas infinitas de carga.

Realmente la Ley de Gauss es una consecuencia por decir así de la Ley de Coulomb, pero Gauss relaciona el flujo debido al campo eléctrico existente a través de cualquier superficie cerrada llamada superficie, se podría asegurar que esta Ley es más fundamental que la Ley Coulomb, debido a que aporta una visión más específica de ciertas propiedades de los campos eléctricos y de qué manera se distribuyen las cargas en los materiales.

Esta ley fue descripta por Carl F. Gauss en 1835 y es una de las leyes de Maxwell, y como expresamos en el apartado anterior, establece que,

"El flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada que encierre una carga o ensamble de cargas es proporcional a la carga eléctrica total encerrada por dicha superficie"

Φ= flujo eléctrico.
E= campo eléctrico
dS = área de la superficie "gaussiana".
q_{int} = carga neta encerrada por la superficie "gaussiana".
ε_o = permitividad *del* vacío

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o}$$

Nota: Esta ley sólo puede aplicarse a problemas con gran simetría.Si la carga neta encerrada es cero, entonces el campo eléctrico es cero

Vamos a ver cada una de las aplicaciones de la Ley de Gauss.

1.11.1-. El Flujo Eléctrico

Se denomina flujo eléctrico al campo eléctrico que "pasa a través" de un área determinada. Por supuesto nuevamente estamos apelando a la imaginación para abordar un problema físico, debido a que el campo eléctrico no pasa, literalmente hablando, a través de nada, sino que simplemente está allí (es decir el campo eléctrico NO FLUYE!). Sin embargo, veremos enseguida que pensar al campo de este modo resulta sumamente útil para comprender gran parte de los fenómenos electrostáticos.

Si bien, como ya enfatizamos, los campos eléctricos no fluyen en el sentido literal del término fluir, se utiliza generalmente la analogía entre campo eléctrico y fluidos que fluyen como herramienta conceptual para "visualizar" al dicho campo.

El flujo lo podemos determinar de dos formas

$\Phi = \int E.ds\cos\theta$ o **$\Phi = Q/\varepsilon_o$**

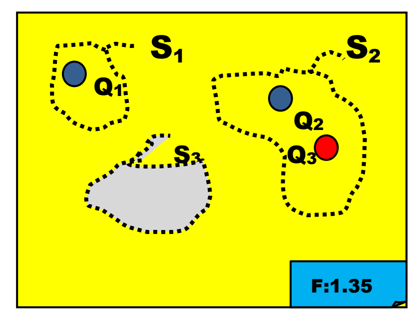




Nota: Para una superficie cerrada el flujo será negativo si la línea de campo entra y positivo si sale. En general, el flujo neto para una superficie cerrada será cero.

Ejemplo N°22 (Flujo eléctrico para cargas discretas)

Para las siguientes cargas, encerradas por las superficies, determinar el flujo eléctrico en cada caso:

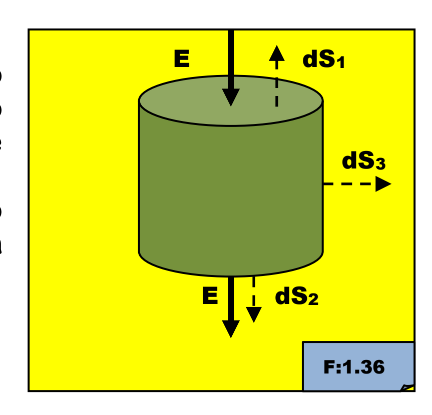


Solución:

- ***Paso N°1:***
  Para distribuciones discretas se emplea la ecuación. Para la superficie S_1"
  $\Phi_{S1}=(Q_1)/\varepsilon_o$,para "S_2" $\Phi_{S2}=(Q_2-Q_3)/\varepsilon_o$ **=0 w** y el flujo de "S_3" es cero. (No hay carga encerrada)

Ejemplo N°23

Supongamos un cilindro de radio R (F:1.36), colocado en el seno de un campo eléctrico uniforme (E) con su eje paralelo al campo. Calcula el flujo de campo eléctrico a través de cada superficie cerrada.



Solución:

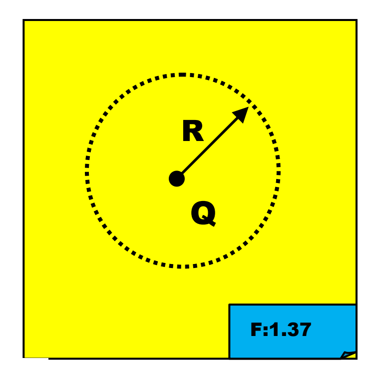
- ***Paso N°1:***
  Para este tipo de ejercicio, donde conocemos de forma vectorial el campo, los "ds" y los ángulos que forman en las diferentes superficie, usamos la expresión: $\Phi= \int E.dsCos\theta$

$\Phi_{s1}= \int E.ds_1Cos180° = -E\ S_1$ (S_1 = superficie de la "tapa")
$\Phi_{s2}= \int E.ds_2Cos0° = E\ S_2$ (S_1 = superficie de la "tapa")
$\Phi_{s3}= \int E.ds_3Cos90° = 0$ (S_3 =representa toda la superficie de los lados, pero cada "ds" forma con "E" 90°)

Ejemplo 24.

Flujo debido a una carga encerrada por una superficie esférica)

Una carga puntual "Q" está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcular el flujo neto de campo eléctrico a través de dicha superficie.



Solución:

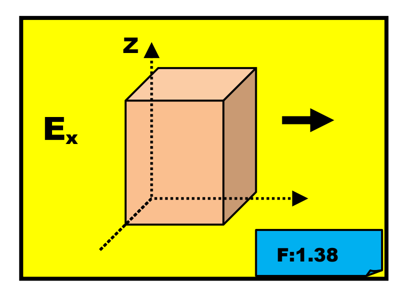
- ***Paso N°1:***
  El flujo viene dado por: $\Phi= \int E.dsCos\theta$ Por lo tanto debemos encontrar el campo eléctrico producido por la carga que es:
  $E = KQ/r^2$, pero el radio "r=R, porque a esa distancia es que se desea encontrar el campo eléctrico.

- ***Paso N°2:***
  Ahora sustituimos e integramos $\Phi = \int KQ/R^2.dsCos\theta$, donde ds = 8πr dr, para una esfera de radio "R", nos queda:

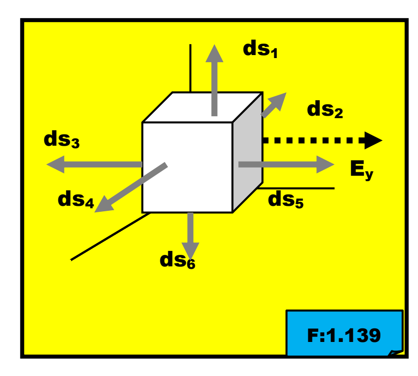
  $\Phi= KQ/R^2.4\pi R^2 = 4\pi KQ$
  , observe que es independiente del radio.



Ejemplo N°25 (Flujo y campo eléctrico))
Determinar los flujos parciales del siguiente sólido (cubo) de lado "1 mts ,(ver figura 1.38, si se expone a la acción de campo eléctrico el cual es:
a-. Contante y vale "Ex". {N/C}
b-. Varía Ex= (x+3) {N/c}



F:1.38



F:1.139

Solución:

- ***Paso N°1:***
El sólido posee seis (6) superficies, por lo tanto se determinan 6 flujos parciales (figura 1.39, cada uno viene dado por la siguiente ecuación:

$$\Phi = \int \mathbf{E}.\mathbf{ds}\mathbf{Cos}\theta$$

- ***Paso N°2:***
En el caso de las superficies 1,2,4 y 6 el ángulo formado entre el vector "**ds** " y el vector del campo ($\mathbf{E_x}$) es de 90°, por lo tanto, los flujos parciales son cero (esto se cumple tanto para el caso donde el campo es constante y variable).

- ***Paso N°3:***
En el caso de la superficie "3" el ángulo es de 180° y para la superficie "5" es de 0°, en tal sentido los flujos parciales son:
$\Phi_3 = \int \mathbf{E.dsCos}\theta = -E\,1^2$ $\Phi_5 = \int \mathbf{E.dsCos}\theta = E1^2$

El flujo total es cero (cuando el campo es constante).

- ***Paso N°4:***
Ahora, cuando el campo varía, el flujo total no es cero, por la siguiente razón:

$$\Phi_3 = \int \mathbf{E}.\,(x+3)\,2dx\mathbf{Cos}\theta = -(x^2/2 + 3x)\ 2\ \ (\text{si } x=0) = 0\ w$$
$$\Phi_5 = \int \mathbf{E}.\,(x+3)2dx\mathbf{Cos}\theta = (x^2/2 + 3x)\ 2\ \ (\text{si } x=1) = 7\ w$$

Ejemplo N°26 (Flujo)

Determinar el flujo en cada caso.

Solución:

- ***Paso N°1:***
Por Ley de Gauss el flujo viene dado:
$\Phi = \mathbf{Q/\varepsilon_o} = \mathbf{q/\varepsilon_o}$

- ***Paso N°2:***
b-. De igual forma para la parte que en la parte " a ", $\Phi = Q/\varepsilon_o = q/\varepsilon_o$

- ***Paso N°3:***
El flujo viene dado $\Phi = (q-2q)/\varepsilon_o = -\,q/\varepsilon_o$

- ***Paso N°4:***

L
a) q
b) q R
c) q -2q
F:1.40

Por tal motivo no se necesita llevar a cabo la integración directa del campo eléctrico sobre cada superficie.



1.11.2-. Tipos de Materiales para encontrar el campo eléctrico por medio de la Ley de Gauss.

Generalmente se trabaja con esferas o cilindros, y pueden tener las siguientes configuraciones internas:

a-.Sólidos **Conductores (SC) o metálicos**, recordando que en su interior son eléctricamente neutros y se puede presentar el caso que posean un exceso de carga positiva o negativa según sea el caso.

b-. Sólidos No conductores (SNC) o Aislador, poseen un sólo tipo de carga en su interior, distribuida en forma de volumen, la cual se determina por medio de la densidad volumétrica

ρ =Q/V .

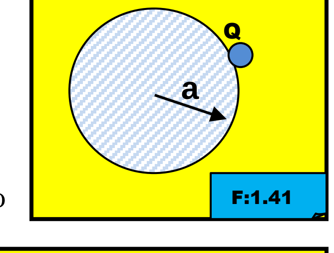
1.11.3-. Inducción Eléctrica.

En ciertos problemas de Gauss, se puede presentar el caso (en la gran mayoría), donde tengamos una carga puntual o de prueba en el interior de uno o varios sólidos, o, solamente la configuración de varios sólidos con diferentes características. En este tipo de ejercicio, de acuerdo a al tipo de material y su posición en el ejercicio se puede producir lo que denomina **Inducción Eléctrica**. A continuación se presentan tres posibles condiciones para generar la inducción eléctrica en un problema de Gauss.

1. Se posee una carga de prueba en el interior de sólido conductor **(SC).**
2. Cuando se tiene una sólido conductor con exceso de carga (**SCE**) en el interior de otro sólido conductor **(SC).**
3. Se tiene un sólido no conductor (**SNC**) en el interior de otro sólido conductor (**SC**).

Ejemplo N°26.(Ley de Gauss)

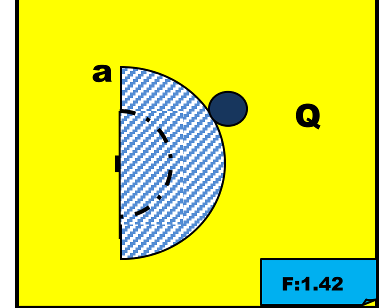
Se posee una esfera de radio "a" (ver figura N°1.41), conductora con una carga "Q" en su superficie (carga en exceso), determinar el campo eléctrico aplicando la Ley de Gauss para un radio "gaussiano" "r":
I-. r<a.
II-.r>b.



Solución:

- ***Paso N°1:***

En la figura F.1.42 se usa un radio "gaussiano" menor al radio "a", la carga encerrada es cero, debido a que esta dentro del sólido conductor y deben recordar que dentro de este tipo de material el número de cargas positivas y negativas es igual, por ese motivo el campo es cero.



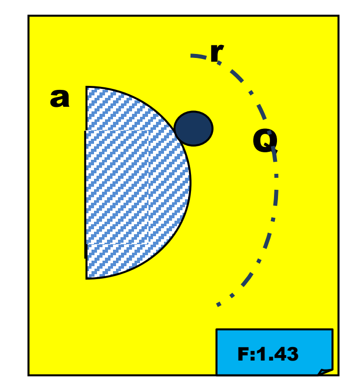


$\mathbf{E_1 = 0\ [N/C]}$

- ***Paso N°2:***

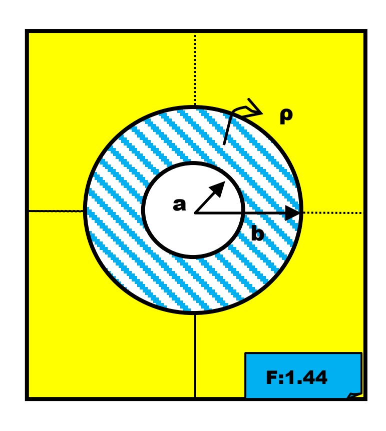
Si r>a, el radio "gaussiano", pasa por un zona donde no hay carga (ver figura 1.43), pero, la carga encerrada no es po dònde pase el radio "r", es lo que esta hacia adentro de èl (como una especie de "scaneo"), la carga encerrada es "**q**", entonces:

$E_2 = Q/(4\pi r^2\ \varepsilon)$ [N/C]



Ejemplo N°27. (Ley de Gauss Sólido no conductor)

Se posee un cascarón esférico de radios "a y b" (ver figura f:1.44), con una densidad " ρ " , determinar el campo eléctrico aplicando Gauss, para un radio "gaussiano":
I-. r<a.
II-.a<r<b
III-.r>b.



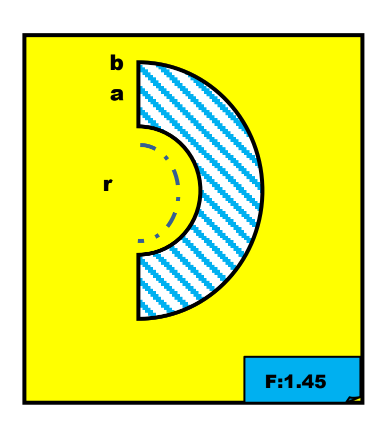
<u>**Solución:**</u>



- *Paso N°1:*

Como la superficie "gaussiana" no encierra carga neta. Ver F:1.45

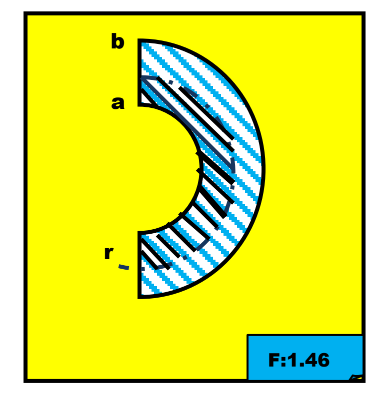
$E_1 = 0$ **[N/C]**





- *Paso N°2:*

Para a<r<b, encierra una parte del volumen de la carga, para esto debemos buscar "esa" cantidad de carga llamada "carga volumétrica parcial Q_V` " . Tenemos que usar la ecuación de densidad: $\rho = Q/V$ y el volumen de una esfera viene dado $V = 4\pi R^3/3$

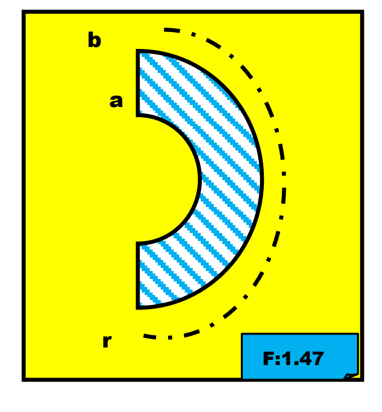


- *Paso N°3:*

$\rho = Q/V$ .luego despejamos la carga: $\rho V = Q$
sustituimos el volumen :
$Q = \rho\, 4\pi R^3)/3$ derivamos la carga y el radio (son los que varían)
$dQ = \rho\,(4\pi R^2)dR$ donde luego integramos:
la carga desde $0 \rightarrow Q_V$` y el volumen desde $a \rightarrow r$. (volumen que contiene la carga encerrada.
$Q_V' = \rho\, 4\pi(r^3 - a^3)/3$
$\int E_2 ds = Q/\varepsilon_o \rightarrow$
$E_2\, 4\pi r^2 = Q_V'/\varepsilon = Q_V'/(4\pi r^2 \varepsilon)$ {N/C}

- *Paso N°4:*

Para r>b, la carga encerrada es la contenida entre los radios "a y b", por lo
Tanto:
$dQ = \rho\,(4\pi R^2)dR$
donde luego integramos:
la carga desde $0 \rightarrow Q_V$ y el volumen desde $a \rightarrow b$. (volumen neto).



$Q_V = \rho\, 4\pi(b^3 - a^3)/3$ $E_3 = Q_V/\varepsilon = Q_V'/(4\pi r^2 \varepsilon)$ {N/C}

Ejemplo N°28:

Si del ejemplo 27, se dice que el cascarón esférico tiene una carga "Q_a" distribuida en su interior, el

problema se plantea igual, pero con la diferencia en lo siguiente:

Solución:

- ***Paso Nº1:***

Para la condición de un r<a, el campo es cero, por no existir carga encerrada.

- ***Paso Nº2:***

Una vez que encontramos el campo para a<r<b que es:

$\mathbf{E_2 = Q_V'/(4\pi r^2 \varepsilon)}$, tenemos que dejar $\mathbf{Q_V'}$en función de $\mathbf{Q_a}$. Entonces como si

$\mathbf{Q_V' = \rho\ 4\ \pi(r^3 - a^3)/3}$ {1} **y** $\mathbf{\rho = Q_a / V_t}$ {2} (donde V_t = volumen total de carga),

Sustituimos "1" en "2" $\mathbf{Q_V' = \{Q_a\ 4\ \pi(r^3 - a^3)\}/3\ V}$, pero $\mathbf{V = 4\ \pi(b^3 - a^3)/3}$ simplificamos términos semejantes queda lo siguiente:

$\mathbf{Q_V'(b^3 - a^3) = Q_a\ (r^3 - a^3) \rightarrow Q_V' = Q_a\ (r^3 - a^3)/(b^3 - a^3)}$

quedando finalmente: $\mathbf{E_2 = Q_a\ (r^3 - a^3)/(b^3 - a^3)}$

- ***Paso Nº3:***

Para r>b, la carga encerrada es la total y por lo tanto las respuestas son similares.

Ejemplo Nº29 (Ley de Gauss)

Dadas las siguientes condiciones, para cada una determine si existe inducción o no y encuentre la carga encerrada para la condición "gaussiana" dada:

a-. Una carga puntual "q" en interior de un cascarón no conductor de radios "a y b" con una densidad "ρ", el radio "gaussiano" es r>b.

- ***Paso Nº1:***

No existe inducción y la carga encerrada es: $Q = q + Q_v'$, donde q = la carga de prueba y Qv´es la carga volumétrica contenida entre los radios "a y b".

b-. Una esfera neutra de radio "a" en el interior de un cascarón cargado positivamente 3Q de radios "b y c".La carga encerrada para un radio a<r<b.

- ***Paso Nº2:***

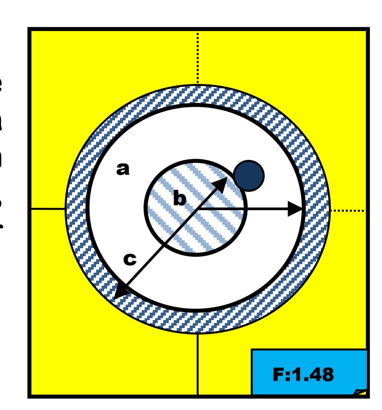
No existe inducción, ya que el sólido neutro no posee exceso de carga para generar la inducción sobre el cascarón, la carga encerrada es cero. (Neutro)

Ejemplo Nº30 (Ley de Gauss)

Se posee una esfera metálica de radio "a" con una carga superficial -3Q , se introduce en un cascarón de radios "b y c", neutro. Ver figura 1.48 Encontrar el campo para:

a-.a<r<b.

b-.b<r<c.

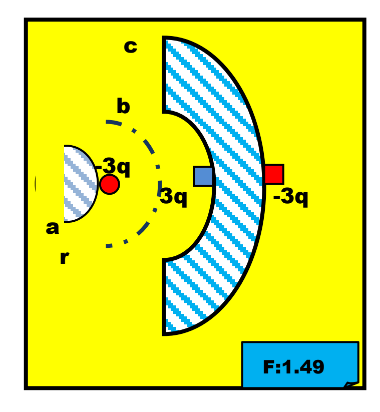


Solución:

- ***Paso Nº1:***

Como se cumple la condición de inducción (un sólido conductor con exceso de carga "SCE" dentro de otro sólido

conductor "SC"), la carga en exceso que posee la esfera "a" que es "-3q", atrae del cascaron debido a la fuerza de atracción tres cargas positivas "3q·, pero estas tres cargas positivas estaban con otras tres cargas negativas, las cuales se van a la superficie del cascarón, por el hecho que sobre estas existe una fuerza de repulsión generada por la carga superficial de la esfera "a". (las cargas inducidas se están representando como un cuadrado).Ver figura 1.43

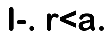


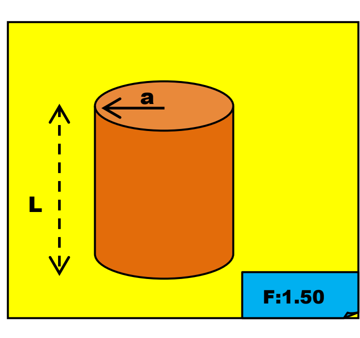
$\mathbf{E_1 = -3q/(4\pi r^2\ \varepsilon)}$ **[N/C]**

- ***Paso Nº2:***

  Para un b<r<c, tenemos Q = -3Q+3Q=0, entonces el campo es $\mathbf{E_2 = 0}$ **[N/C]**

Ejemplo N°30:

Un cilindro largo de longitud "L" y de radio "a" tal como se muestra en la figura 1.50, con carga volumétrica, encontrar el campo eléctrico para:
I-. r<a.

II-. r>a.



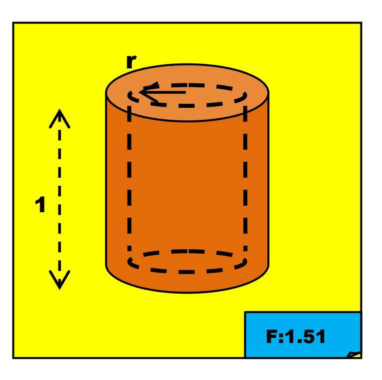
- ***Paso Nº1***:

  Se resuelve igual que las esferas, los cambios son a nivel de la ecuación del volumen y del diferencial de superficie (ds), para una r<a,

$\mathbf{\rho = Q/V}$ .luego despejamos la carga: $\mathbf{\rho V = Q}$ sustituimos el olumen:

$\mathbf{Q = \rho\ \pi L R^2}$ derivamos la carga y el radio (son los que varían)

$\mathbf{dQ = \rho\ (\ 2\ \pi L R\ ) dR}$ donde luego integramos: la carga desde $\mathbf{0 \rightarrow Q_V`}$ y el volumen desde $\mathbf{0 \rightarrow r}$. (volumen que contiene la carga encerrada.



$\mathbf{Q_V' = \rho\ L\pi r^2}$ $\mathbf{E_1 ds = Q/\varepsilon_o \rightarrow}$ $\mathbf{E_1\ 2\pi L r = Q_V'/\varepsilon = Q_V'/(2\pi L r \varepsilon)}$

- ***Paso Nº2 :***

  Para r>a, la carga es la total $\mathbf{E_2 = Q_V/(2\ \pi r L \varepsilon)}$

Resumen :

1. Las líneas de campo eléctrico ayudan a visualizar la dirección y sentido del campo eléctrico producido por una carga. Estas líneas son tangentes al campo eléctrico ene se punto.
2. El campo se relaciona con la fuerza elèctrica por medio de : **E= F/q.**
3. La unidades del campo son Newton /Coulomb.
4. El campo debido a cargas puntuales viene dado:

   $\mathbf{E = (\ K\ Q_1)/r^2}$
5. El campo debido a una distribución es: E =(K∫ Q_1)/r^2)
6. El dipolo viene dado: **P= N. Q**

7. El campo es debido a placas infinitas: **E = σ / 2ε**

8. El dipolo viene dado **P = 2ag**

9- La energía potencial eléctrica viene dada:

U =- P . E Cos Φ

10-. El torque ح **=Px E**

1.12-. PROBLEMAS

1.12.1-.Carga por contacto e inducción.

1-. Se posee dos esferas, una con carga -2Q y otra con carga 6Q, se ponen en contacto, ¿còmo quedan cargadas las esferas al final del proceso.

Resp: Cada una queda con 2Q en la superficie por contacto.

2-. Repita el problema N°1, pero las dos esferas están cargadas una com -5Q y la otra -7Q, se ponen en contacto y luego se separan, ¿còmo quedan cargadas al final cada una?.

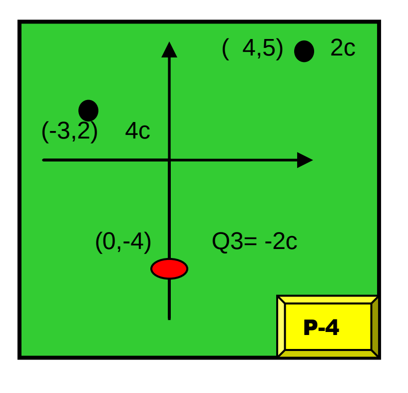
Resp: Con -6Q cada una

3-. Se posee dos esferas "A y B) neutras unidas por un extremo, por el lado derecho queda la esfera "A" y por el izquierdo la esfera "B", se aproxima otra esfera "C" cargada con "q" en su superficie, se "despegan" las esferas "A ", ¿cómo quedan cargadas las esferas "A y B" al final de la experiencia?

Resp: La esfera "A" con "-2q" y la "B" con "2q".

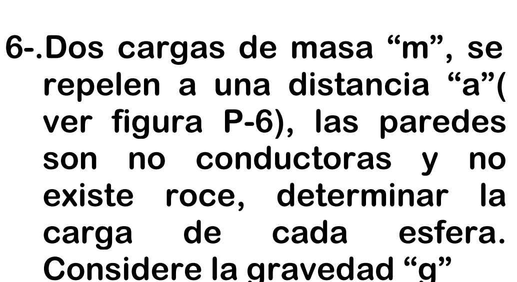
1.12.2-.Ley de Coulombs.

4-.Dadas las siguientes cargas puntuales, encontrar la fuerza sobre Q3. (ver figura P.4).

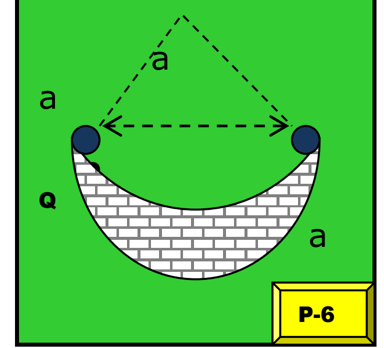


5-. Del problema anterior, encontrar el campo eléctrico en el origen de coordenadas en forma vectorial.

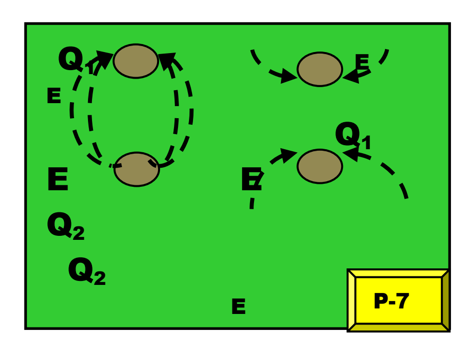
6-.Dos cargas de masa "m", se repelen a una distancia "a"(ver figura P-6), las paredes son no conductoras y no existe roce, determinar la carga de cada esfera. Considere la gravedad "g"



Resp:
$q = [\ a\ (mg)/(K \tan 60^{a})\ ]^{1/2}$

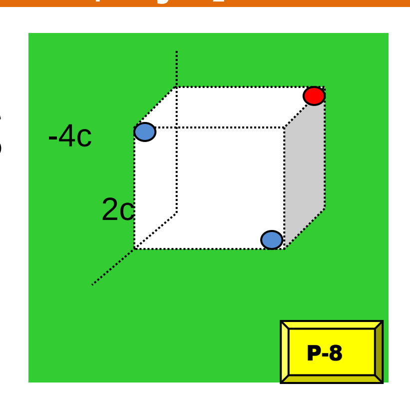


7-. Dadas las siguientes cargas, ver figura P-7, se desconoce sus signos , pero si, como van dirigidas las líneas del campo eléctrico existente entre ellas. En función a esta información encontrar el signo de las cargas en cada condición

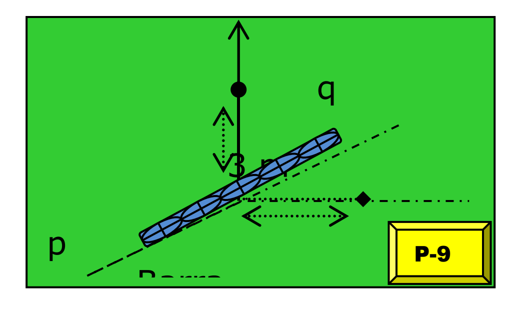


Resp:
Caso Nº1: $Q_1<0$ y $Q_2>0$ Caso Nº2: $Q_1<0$ y $Q_2>0$

8-. Se posee tres cargas, ubicadas tal como se indica en la figura P.8, formando un cubo, de lado "a", encontrar el campo en el origen de coordenadas.
Sug: Hacerlo por parte y al final sumar las componentes del campos.



9-. Una distribución lineal infinita con densidad λ= 0,6 μC/m està distribuida a lo largo del eje "Z" y una carga puntual se encuentra de 8μC sobre el eje "y", tal como se muestra en la figura, encontrar:

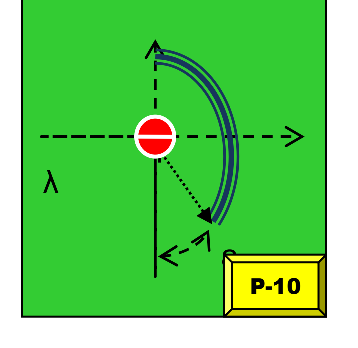


a-. Las componentes del campo debido a la carga puntual en "p".
b-. El campo total (en forma vectorial) en "p" debido a la distribución lineal:

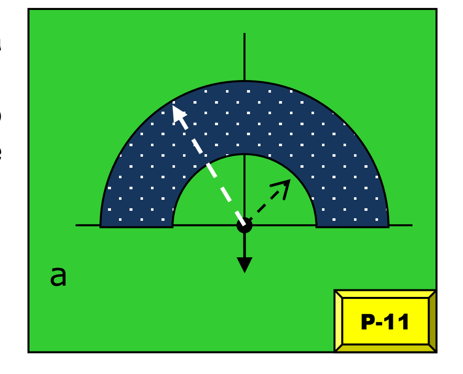
Resp (a): E_{pq} =Ex(i) + Ey(-j). Ex = 5 K N/C y Ey = 1,73 K N/C
Resp(b): E_{pL} = E (i) . Ez =0 , se anulan por la simetría. EpL = 2,7 K N/C

10-.Se posee una lámina cargada negativamente, de radio "a", encontrar la fuerza que ejerce sobre la carga "-q".

Resp:
$F_x = k \int (a \lambda \operatorname{Sen} \Theta \, d\Theta)/a^2$ [i]
,[$3\pi/2+\alpha$ hasta $5\pi/2$]
$F_y = k \int (a \lambda \operatorname{Cos} \Theta \, d\Theta)/a^2$ [-j]
,[$3\pi/2+\alpha$ hasta $5\pi/2$]



11-.Se posee una distribución superficial (P.9), encontrar el campo en el origen de coordenadas.



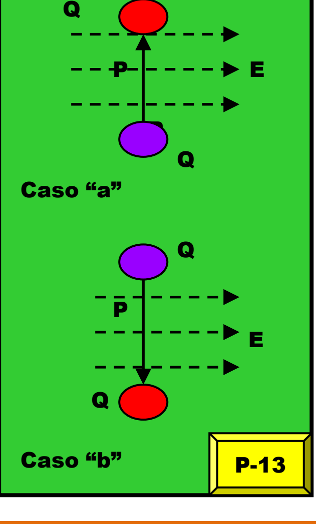
1.12.3-.Dipolo Eléctrico.

12-. Un dipolo con una magnitud (un momento) de 0,02 e x10^{-9} mts, forma un ángulo 20° con el campo eléctrico el cual tiene una magnitud de 3x10^3 N/C, determinar el módulo del torque y su energía potencial.

Resp: Torque = 3.28x10^{-27} N.m y Energía = -9.02 x10^{-27} Joule

13-. Se posee un dipolo para cada caso (a y b),se da la dirección del campo (dirigido hacia la parte positiva del eje "x"), para cada caso encontrar:

I-. Torque, dirección y sentido.
II-. Velocidad angular (en sentido).



Resp: Caso "a"
Torque "entrando a la página" en la dirección de –K. y Gira en sentido horario.

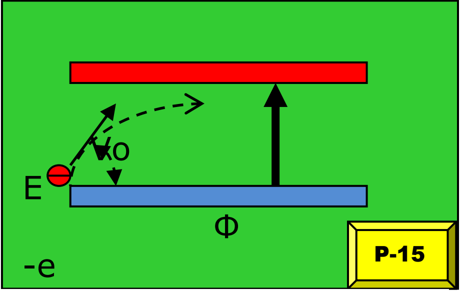
Caso "b".
El torque saliendo de la página y la velocidad angular en sentido antihorario.

14-. De ejercicio anterior determinar la energía del dipolo y cuando se obtiene la energía máxima del dipolo.

Rep: La energía máxima se el ángulo es de 180°

1.12.4. Cargas en Movimiento en el plano

15-.Entre dos placas de longitud "L" y separadas una distancia "d" existe un campo eléctrico "E", tal como se muestra en el dibujo, un electrón .



Entre por la parte inferior, formando un ángulo "Φ" con respecto a la horizontal, encontrar:

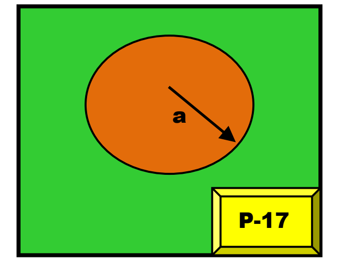
a-. La aceleración del electrón cuando entra entre las placas.
b-. El tiempo que tarda en chocar con la placa inferior.
c-. Qué altura máxima alcanza el electrón dentro de las placas en su trayectoria.

Resp: a-. a= -eF/m [j], b-. t= $2V_{oy}/a_y$ c-. $Y = V_{oy}^2 / 2a_y$

16-.Se coloca una carga de prueba Qo en el interior del cascarón con carga en exceso "2q", calcule el campo eléctrico por medio de la Ley de Gauss para:
a-. a<r<b. .
b-. r>b.

(Resp (a): E=0/C). (Resp (b): E =(2q+Qo - Qo)/4πr²ε) [N/C].

17-.Se posee una esfera no conductora (figura P.17) de densidad variable ρ =ρo/R, de radio R_1, encontrar el campo eléctrico para:



a-. r<a .
b-. r>a.





(a):
$Q_V{}' = \rho\ 4\ \pi(r^2)/2$ $E_1 = Q_V{}'/(4\pi\varepsilon r^2$ (N/C).]

Resp (b): $Q_V = \rho\ 4\ \pi(a^2)/2$ $E_2 = Q_V/(4\pi\varepsilon r^2$ (N/C).]

18-.De ejercicio anterior, convierta la esfera en conductora y la carga en exceso es 3Q, calcule nuevamente el campo para cada condición.

a-. r<a. b-.r>a.

Resp
(a):
$E_1 = 0$ (N/C).]
Resp (b): $E_2 = 3Q/(4\pi\varepsilon r^2$ (N/C).]

19-. Se posee una esfera no conductora, con densidad constante de radio "a", se introduce en un cascaron neutro de radios "b y c", donde (a<b<c), encontrar:

a-. El Campo para
- **a.1-. a<r<b.**
- **a.2-. b<r<C.**

b-. Qué tipo de carga aparece (si ocurre) en la superficie interna y externa del cascarón.

Resp(a.1): Qenc $= Q_V = \rho\ 4\ \pi(a^3)/3$ $E_1 = Q_V{}'/(4\pi\varepsilon r^2$ (N/C).]
Resp(a.2): Qenc =Qv-Qv =0 $E_2 = 0$ (N/C).]

Resp(b): Sup interna una carga inducida -Qv y en la externa una carga inducida **Qv**.